

1a. De totale energie is: $\frac{1}{2} \frac{Q(t)^2}{C} + \frac{1}{2} LI(t)^2 = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C}$. Deze is constant omdat er geen weerstand in voor komt waardoor electromagnetische energie omgezet kan worden in warmte.

b. Als $Q(t) = Q_0 \sin(\omega t)$ dan volgt: $I(t) = \frac{dQ}{dt} = Q_0 \omega \cos(\omega t)$

Invullen levert: $\frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C} \sin^2(\omega t) + \frac{1}{2} L \omega^2 Q_0^2 \cos^2(\omega t) = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C}$ hieraan is voldaan als $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$.

c. De energie-dichtheid is: $\frac{U}{Ad} = \frac{\frac{1}{2} LI^2}{Ad} = \frac{\frac{1}{2} \mu_0 n^2 A d I^2}{Ad} = \frac{(\mu_0^2 n^2 I^2) Ad}{2 \mu_0 Ad} = \frac{1}{2 \mu_0} B^2$

2a. Op elk punt van de bol is de potentiaal 0, dus ook voor het punt op de verbindinglijn van P en het centrum van de bol: $\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 v} + \frac{Q'}{4\pi\epsilon_0 b} = 0 \rightarrow \frac{Q'}{Q} = -\frac{b}{v}$

b. Vat het dipool op als twee dicht bij elkaar gelegen, even grote, tegengestelde ladingen. Voor de ladingen geldt: $\frac{1}{v} - \frac{1}{b} = -\frac{1}{R}$ dus $\frac{1}{b} = \frac{1}{v} + \frac{1}{R}$. Dat betekent hoe groter v des te groter b. De negatieve lading van het dipool, die het verst van het boloppervlak ligt, heeft als spiegelbeeld een positieve lading die eveneens het verst van het boloppervlak ligt. Het spiegelbeeld dipool heeft dus dezelfde richting van het gegeven dipool.

c. Uit $\frac{1}{v} - \frac{1}{b} = -\frac{1}{R}$ volgt met $r = 2R$ en dus $v = R$ dat $b = \frac{1}{2}R$

d. De totale potentiaal op de bol is nul: $\frac{p \cos(0)}{4\pi\epsilon_0 v^2} + \frac{p' \cos(180)}{4\pi\epsilon_0 b^2} = 0$ zodat $\frac{p'}{p} = -\frac{b^2}{v^2} = -\frac{1}{4}$

e. $E(P) = E_r(\frac{3}{2}R) = \frac{2p' \cos(\theta)}{4\pi\epsilon_0 x^3} \Big|_{x=\frac{3}{2}R} = -\frac{p}{27\pi\epsilon_0 R^3}$ $E = \frac{2p \cos(\theta)}{4\pi\epsilon_0 r^3} + \frac{p \sin \theta}{4\pi\epsilon_0 r^3}$

f. De kracht is op het teken na gelijk aan de gradiënt van de potentiële energie.

De potentiële energie van het dipool p in het veld van p' is: $U = -\vec{p} \cdot \vec{E} = -\frac{p^2}{8\pi\epsilon_0 x^3}$ en dus is de

kracht: $F = -\frac{dU}{dx} = \frac{-3p^2}{8\pi\epsilon_0 x^4} \Big|_{x=\frac{3}{2}R} = \frac{-2p^2}{27\pi\epsilon_0 R^4}$ (naar de bol gericht).

3a. Voor I_1 geldt: $B_1 \cdot 2\pi a = \mu_0 I_1 \rightarrow B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi a} = 2 \cdot 10^{-6} I_1$

b. De flux Φ_1 in de spoel tgv van I_1 is:

$$\Phi_1 = B_1 \cdot A \cdot N = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi a} \cdot N \cdot A = \frac{\mu_0 N A}{2\pi a} I_1 = M \cdot I_1 \rightarrow M = \frac{\mu_0 N A}{2\pi a} = 2 \cdot 10^{-7} \text{ H}$$

c. Voor I_2 geldt: $B_2 \cdot 2\pi a = \mu_0 I_2 \cdot N \rightarrow B_2 = \frac{\mu_0 N I_2}{2\pi a}$. De flux Φ_2 in de spoel tgv van I_2 is dan:

$$\Phi_2 = B_2 \cdot A \cdot N = \frac{\mu_0 N I_2}{2\pi a} \cdot N \cdot A = \frac{\mu_0 N^2 A}{2\pi a} I_2 = L_2 \cdot I_2 \rightarrow L_2 = \frac{\mu_0 N^2 A}{2\pi a} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ H}$$

d. De totale flux is: $\Phi_{\text{totaal}} = M I_1 - L_2 I_2$ (de velden zijn tegengesteld gericht)

e. Volgens Kirchhoff geldt: $\frac{d\Phi_{\text{totaal}}}{dt} - I_2 R = 0$ zodat $M \frac{dI_1}{dt} - L_2 \frac{dI_2}{dt} - I_2 R = 0$ waaruit volgt:

$$\frac{dI_2}{dt} + \frac{R}{L_2} I_2 = \frac{M}{L_2} \frac{dI_1}{dt} \text{ of } \frac{dI_2}{dt} + 5 \cdot 10^5 \cdot I_2 = \frac{2 \cdot 10^{-7}}{2 \cdot 10^{-4}} \cdot \frac{10}{2 \cdot 10^{-3}} = 5$$